Ejercicios Hoja 2

HW 2: Lógica de Predicados

Miguel Ibáñez González

Grupo 131

Interfaz de usuario gráfica, Texto, Aplicación, Correo electrónico

Descripción generada automáticamente

a. Escribe el conjunto de FBFs que resultan de formalizar la siguiente información.

[1] “La lista vacía está ordenada”

Ordenada (NIL)

[2] “Una lista con un único elemento está ordenada”.

Ordenada(cons(n,NIL))

[3] “Una lista con dos o más elementos está ordenada si (y solo si) el primer elemento

es menor o igual que el segundo y el resto de la lista está ordenado”.

∀n,m,l1 (n £ m) *↔* Ordenada(cons(n,cons(m,Ordenada(l1)))

[4] “Siempre existe un entero mayor o igual que cualquier entero dado”.

∀n,m ∃n,m (n £ m)

b. Utiliza el truco de Green para construir una lista ordenada con dos elementos. En cada paso de la derivación indica la regla de equivalencia o de inferencia utilizada.

[1] Ordenada (NIL)

[2] Ordenada(cons(n,NIL))

[3.1.1] ¬Ordenada(cons(n,cons(m,l1)) ∨ (n £ m)

[3.2] ¬(n £ m) ∨ ¬Ordenada(cons(m,l1)) ∨ Ordenada(cons(n,cons(m,l1))

[4] (n £ g(m))

[5] ¬Ordenada(cons(n,cons(m,NIL)) ∨ (n £ m)

[3.2] + [5] ] ¬(n £ m) ∨ ¬Ordenada(cons(m,NIL)) ∨ Ordenada(cons(n,cons(m,NIL)) ∨ ¬Ordenada(cons(n,cons(m,NIL)) ∨ (n £ m)

[6] ¬(n £ m) ∨ ¬Ordenada(cons(m,NIL)) ∨ (n £ m)

[4] + [6] ¬(n £ g(n)) ∨ ¬Ordenada(cons(g(n),NIL)) ∨ (n £ g(n))

[7] ¬Ordenada(cons(g(n),NIL)) ∨ (n £ g(n))

[1] + [7] (n £ g(n))

La lista cons(n,cons(g(n), NIL)) tiene dos elementos y esta ordenada.

2. Consideremos la siguiente base de conocimiento en el dominio “familia”.

M(x,y): x es madre de y.

C(x,y): x es hijo o hija de y.

S (x,y): x es hermano o hermana de y.

ma(x): referencia a la madre de x.

[1] ∀x M (ma(x), x)

Para todo x, la madre de x (ma(x)) es madre de x

[2] ∀x C(x, ma(x))

Todo x será hijo o hija de su madre

[3] Los hermanos son personas que tienen una misma madre.

∀x,y [S(x,y) ⇔ [¬(x=y) ^ (ma(x) = ma(y))]

[4] Si una persona es madre de otra, la segunda es hijo o hija de la primera.

∃x,y M(x,y) ⇒ C(y,x)

Transforma la base de conocimiento en forma normal conjuntiva, indicando en cada paso la regla utilizada para la transformación.

[1] ∀x M (ma(x), x)

[2] ∀x C(x, ma(x))

[3] ∀x,y [S(x,y) ⇔ [¬(x=y) ^ (ma(x) = ma(y))]

[4] ∃x,y M(x,y) ⇒ C(y,x)

1.Eliminar implicaciones ⇔, ⇒

[1] ∀x M (ma(x), x)

[2] ∀x C(x, ma(x))

[3] ∀x,y [S(x,y) ⇒ [¬(x=y) ^ ∃z (M(z,x) ^ M(z,y))]

[4] ∃x,y ¬M(x,y) ∨ C(y,x)

2. Skolemización: Eliminar los cuantificadores existenciales reemplazando las variables correspondientes por constantes de Skolem o funciones de Skolem.

[1] ∀x M (ma(x), x)

[2] ∀x C(x, ma(x))

[3] ∀x,y [[¬(x=y) ^ ∃z (M(z,x) ^ M(z,y)) ⇒ S(x,y)]

[4] ∃x,y ¬M(x,y) ∨ C(y,x)c

3. Eliminación de los cuantificadores universales

[1] M(ma(x), x)

[2] C(x, ma(x))

[3] (x=y) ∨ ¬((ma(x) = ma(y)) ∨ S(x,y)

[4] ¬M(x,y) ∨ C(y,x)

Utiliza refutación con resolución entre cláusulas para demostrar que cada persona tiene exactamente una madre. Para responder a esta pregunta puede que sea necesario añadir formulas bien formadas adicionales a la base de conocimiento.

Meta: ¬∃x,y,z [¬(x=y) ^ M(x,z) ^ M(x,z)]

[(SK1/=SK2) ^ M(SK1, SK3) ^ M(SK1,SK3)]

[1] M(ma(x1), x1)

[2] C(x2, ma(x2))

[3.1.1] ¬S(x3, y3) ∨ ¬(x3=y3)

[3.1.2] ¬S(x4, y4) ∨ ¬(x4=y4) ∨ M(f(x4,y3), x4)

[3.1.3] ¬S(x5, y5) ∨ ¬(x5=y5) ∨ M(f(x5,y5), x5)

[3.2] (x6=y6) ∨ ¬M(z, x6) ∨ ¬M(z, y6) ∨ S(x6, y6)

[4] ¬M(x6, y6) ∨ C(y6,x6)

[5.1] ¬(SK1=SK2)

[5.2] M(SK1, SK3)

[5.3] M(SK2, SK3)

[4] + [5.2] = C(SK3, SK1)

[4] + [5.3] = C(SK3, SK2)

[3.2] + [5.1] = ¬M(z, SK1) ∨ S(z, SK2) ∨ S(SK1, SK2)

[3.2] + [5.2] = (SK3=y6) ∨ ¬M(SK1, y6) ∨ S(SK3, y6)

[3.2] + [5.3] = (SK3=y6) ∨ ¬M(SK2, y6) ∨ S(SK3, y6)

[6] ¬M(x7, y7) ∨ (x7 = ma(y7))

[7] ¬(x8=y8) ∨ (x8=y8)

[8] ¬(x9=y9) ∨ (y9=z9) ∨ (x9=z9)

[6] + [5.2] = (SK1= ma(SK3)) [9]

[6] + [5.3] = (SK2= ma(SK3)) [10]

[7] + [10] = (ma(SK3)=SK2) [11]

[8] + [9] = ¬ (ma(SK3)=z9) ∨ (SK1=z9) [12]

[5.1] + [12] = ¬ (ma(SK3)=SK2) [13]

[13] + [11] = []

¬∃x,y,z [¬(x=y) ^ (y=ma(z) ^ x7=ma(z))]

Tabla

Descripción generada automáticamente

Escribe como expresión algebraica la siguiente formula bien formada (WFF), que es parte de la base de conocimiento:

[1] ∀a0,a1,b0,b1 (prod(pol(a0,a1,0), pol(b0,b1,0)) = sum(prod(a0, pol(b0,b1,0)), prod(a1, pol(0,b0,b1)))]

(a0+a1 x a2 (a0 x (b0 + b1 x X)) + (a1 x (b1 x X + b1 x X2))

Formula las siguientes expresiones algebraicas como FBFs:

[2] El producto del número real 𝑎 y el polinomio (𝑎0+𝑎1·𝑥+𝑎2·𝑥2) es 𝑎·(𝑎0+𝑎1·𝑥+𝑎2·𝑥2) =(𝑎·𝑎0+𝑎·𝑎1·𝑥+𝑎·𝑎2·𝑥2)

∀a0,a1,a2 pol(a0,a1,a2)) = Prod(a,pol(a0,a1,a2))

[3] La suma de dos polinomios es (𝑎0+𝑎1·𝑥+𝑎2·𝑥2)+(𝑏0+𝑏1·𝑥+𝑏2·𝑥2)=(𝑎0+𝑏0)+(𝑎1+𝑏1)·𝑥+(𝑎2+𝑏2)·𝑥2

Sum(pol(a0,a1,a2),pol(b0,b1,b2)) =

Prodsum(sum(a0,b0),sum(a,b1)),sum(x prod(sum(a2,b2),x2))

Incluye en la base de conocimiento los siguientes predicados, que involucran a la igualdad:

Propiedad reflexiva: [E1] ∀x (x = x)

Propiedad simétrica: [E2] ∀x,y [(x=y) ⇒ (y=x)]

Propiedad transitiva: [E3] ∀x,y,z [((x=y)^(y=z)) ⇒ (x=z)]

[E4] ∀x,y,z[((z=sum(x,y))^(x=x’) ^ (y=y’)) ⇒ (z=sum(x’,y’))]

Transforma la base de conocimiento a forma normal conjuntiva. Indica en cada paso la regla de equivalencia utilizada en la transformación.

Utiliza el truco de Green para encontrar el polinomio 𝑐0+𝑐1·𝑥+𝑐2·𝑥2 que es igual al producto de los monomios (𝑎0+𝑎1·𝑥) y (𝑏0+𝑏1·𝑥).